

Тренировочная работа №4 по МАТЕМАТИКЕ**9 класс**

5 марта 2020 года

Вариант МА1990601

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух частей, включающих в себя 26 заданий. Часть 1 содержит 20 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 15 запишите в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Если получилась обыкновенная дробь, переведите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе бумаги. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание был записан под правильным номером.

Желаем успеха!**Часть 1**

Ответами к заданиям 1–20 являются цифра, число или последовательность цифр.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.

Хозяин дачного участка строит баню с парным отделением. Размеры парного отделения: длина — 3,9 м, ширина — 2,1 м, высота — 2 м. Для разогрева парного помещения можно использовать электрическую или дровяную печь. Три возможных варианта даны в таблице.

Печь	Тип	Отапливаемый объём, куб. м	Масса, кг	Цена, руб.
А	дровяная	9–14	42	19 100
Б	дровяная	12–18	49	20 500
В	электрическая	10–17	16	16 000

Для установки дровяной печи дополнительных затрат не потребуется. Установка электрической печи потребует подведения специального кабеля, что обойдётся в 6200 руб. Кроме того, хозяин подсчитал, что за год электрическая печь израсходует 2300 киловатт-часов электроэнергии по 3,5 руб. за 1 киловатт-час, а дровяная печь за год израсходует 1,6 куб. м дров, которые обойдутся по 1700 руб. за 1 куб. м.

1 Найдите объём парного отделения строящейся бани (в куб. м).

Ответ: _____.

2 На сколько рублей дровяная печь, подходящая по отапливаемому объёму парного отделения, обойдётся дешевле электрической с учётом установки?

Ответ: _____.

3 На сколько рублей эксплуатация дровяной печи обойдётся дешевле эксплуатации электрической в течение года?

Ответ: _____.

- 4 Доставка печи из магазина до участка стоит 700 рублей. При покупке печи ценой выше 19 000 рублей магазин предлагает скидку 5 % на товар и 20 % на доставку. Сколько будет стоить покупка печи Б вместе с доставкой на этих условиях?

Ответ: _____.

- 5 Хозяин выбрал дровяную печь. Чертёж печи показан на рис. 1.

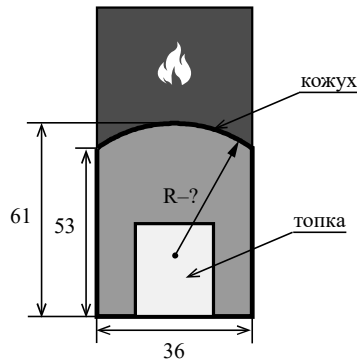


Рис. 1

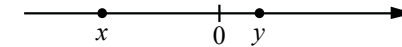
Печь снабжена кожухом вокруг дверцы топки. Верхняя часть кожуха выполнена в виде арки, приваренной к передней стенке по дуге окружности (см. рис. 1). Для установки печки хозяину понадобилось узнать радиус закругления арки R . Размеры кожуха в сантиметрах показаны на рисунке. Найдите радиус в сантиметрах.

Ответ: _____.

- 6 Найдите значение выражения $\frac{3}{4} + \frac{7}{25}$.

Ответ: _____.

- 7 На координатной прямой отмечены числа x и y .



Какое из приведённых утверждений для этих чисел **неверно**?

- 1) $xy < 0$ 2) $x^2y > 0$ 3) $x + y > 0$ 4) $x - y < 0$

Ответ:

- 8 Найдите значение выражения $\sqrt{7 \cdot 12} \cdot \sqrt{21}$.

Ответ: _____.

- 9 Решите уравнение $5x^2 = 35x$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

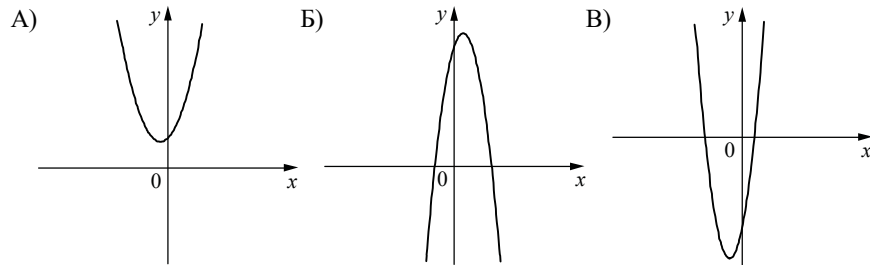
Ответ: _____.

- 10 В лыжных гонках участвуют 13 спортсменов из России, 2 спортсмена из Норвегии и 5 спортсменов из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен из Норвегии или Швеции.

Ответ: _____.

11 На рисунках изображены графики функций вида $y = ax^2 + bx + c$. Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов a и c .

ГРАФИКИ



КОЭФФИЦИЕНТЫ

- 1) $a > 0, c < 0$ 2) $a > 0, c > 0$ 3) $a < 0, c > 0$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

12 Выписаны первые три члена арифметической прогрессии:
6; 8; 10; ...

Найдите сумму первых восьми её членов.

Ответ: _____.

13 Найдите значение выражения $\frac{16}{4a - a^2} - \frac{4}{a}$ при $a = -12$.

Ответ: _____.

14 В фирме «Эх, прокачу!» стоимость поездки на такси (в рублях) длительностью более 5 минут рассчитывается по формуле $C = 150 + 11(t - 5)$, где t — длительность поездки (в минутах). Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость 13-минутной поездки. Ответ дайте в рублях.

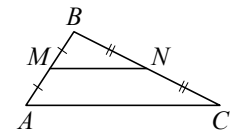
Ответ: _____.

15 Укажите решение неравенства
 $9x - 4(x - 7) \geq -3$.

- 1) $[5; +\infty)$ 2) $(-\infty; -6, 2]$ 3) $[-6, 2; +\infty)$ 4) $(-\infty; 5]$

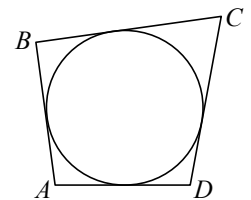
Ответ:

16 Точки M и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC , сторона AB равна 42, сторона BC равна 44, сторона AC равна 62. Найдите MN .



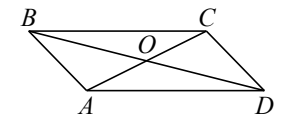
Ответ: _____.

17 Четырёхугольник $ABCD$ описан около окружности, $AB = 12$, $BC = 6$, $CD = 13$. Найдите AD .



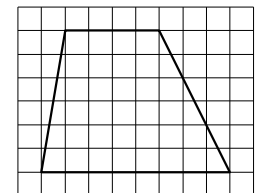
Ответ: _____.

18 Диагонали AC и BD параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O , $AC = 12$, $BD = 20$, $AB = 7$. Найдите DO .



Ответ: _____.

19 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите её площадь.



Ответ: _____.

20

Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90 градусам.
- 2) Средняя линия трапеции равна сумме её оснований.
- 3) В любой четырёхугольник можно вписать окружность.

В ответе запишите номер выбранного утверждения.

Ответ:

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист бумаги. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

21

Решите неравенство $\frac{-18}{(x+4)^2-10} \geq 0$.

22

Имеются два сосуда, содержащие 30 кг и 20 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получится раствор, содержащий 81 % кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 83 % кислоты. Сколько процентов кислоты содержится во втором растворе?

23

Постройте график функции

$$y = -1 - \frac{x-4}{x^2-4x}$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком общих точек.

24

Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K . Найдите периметр параллелограмма, если $BK = 9$, $CK = 15$.

25

В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке O . Докажите, что площади треугольников AOB и COD равны.

26

Окружности радиусов 44 и 77 касаются внешним образом. Точки A и B лежат на первой окружности, точки C и D — на второй. При этом AC и BD — общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми AB и CD .

Ответы на тренировочные варианты 1990601-1990604 (ОГЭ) от 05.05.2020

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1990601	16,38	1700	5330	20035	24,25	1,03	3	42	0	0,35	231	104	0,25	238	3	31	19	10	36	1
1990602	19,2	1000	5870	23315	33,8	3,85	1	30	0	0,1	321	91	- 0,2	271	2	14	16	11	25	2
1990603	15,2	3600	3880	19030	32,5	5,45	3	24	0	0,45	312	72	- 1,8	194	3	36	22	15	35	23
1990604	16,8	3000	6040	19790	35	2,35	4	66	0	0,1	312	25	- 0,9	227	1	13	9	12	28	12

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

21 Решите неравенство $\frac{-18}{(x+4)^2-10} \geq 0$.

Решение.

Исходное неравенство запишем в виде

$$\frac{18}{(x+4-\sqrt{10})(x+4+\sqrt{10})} \leq 0,$$

откуда $-4-\sqrt{10} < x < -4+\sqrt{10}$.

Ответ: $(-4-\sqrt{10}; -4+\sqrt{10})$.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

22 Имеются два сосуда, содержащие 30 кг и 20 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получится раствор, содержащий 81 % кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 83 % кислоты. Сколько процентов кислоты содержится во втором растворе?

Решение.

Пусть концентрация кислоты в первом сосуде равна $c_1\%$, а во втором — $c_2\%$.

Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{30c_1 + 20c_2}{50} = 81, & \begin{cases} 30c_1 + 20c_2 = 4050, \\ c_1 + c_2 = 166, \end{cases} \\ \frac{c_1 + c_2}{2} = 83; \end{cases}$$

откуда $c_1 = 73$, $c_2 = 93$.

Ответ: 93.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

23 Постройте график функции

$$y = -1 - \frac{x-4}{x^2-4x}.$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком общих точек.

Решение.

Преобразуем выражение:

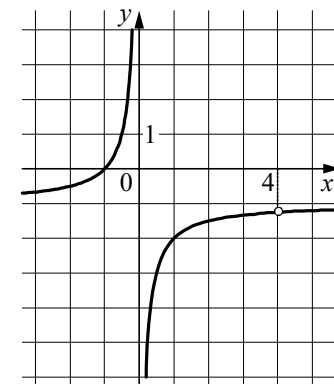
$$-1 - \frac{x-4}{x^2-4x} = -1 - \frac{1}{x} \text{ при условии, что } x \neq 4.$$

Построим график.

Прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки при $m = -1$ или

$$m = -\frac{5}{4}.$$

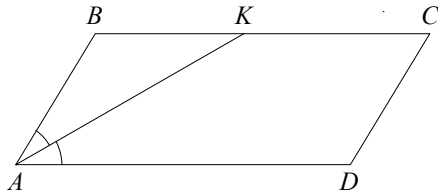
Ответ: $m = -1$; $m = -\frac{5}{4}$.



Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

- 24 Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке K . Найдите периметр параллелограмма, если $BK = 9$, $CK = 15$.

Решение.



Углы BKA и KAD равны как накрест лежащие при параллельных прямых BC и AD и секущей AK , AK — биссектриса угла BAD , следовательно, $\angle BKA = \angle KAD = \angle BAK$. Значит, треугольник BKA равнобедренный и $AB = BK = 9$.

По формуле периметра параллелограмма находим

$$P_{ABCD} = 2(AB + BC) = 66.$$

Ответ: 66.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

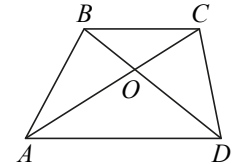
- 25 В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке O . Докажите, что площади треугольников AOB и COD равны.

Доказательство.

Расстояния от точек B и C до прямой AD равны, следовательно, площади треугольников ABD и ACD равны. Тогда

$$S_{AOB} = S_{ABD} - S_{AOD} = S_{ACD} - S_{AOD} = S_{COD}.$$

Значит, площади треугольников AOB и COD равны.

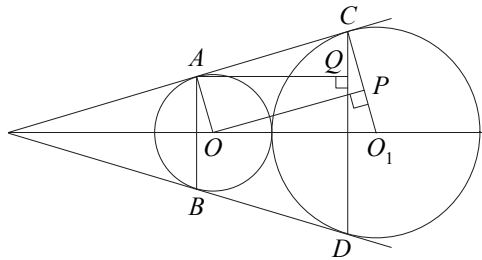


Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

- 26** Окружности радиусов 44 и 77 касаются внешним образом. Точки A и B лежат на первой окружности, точки C и D — на второй. При этом AC и BD — общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми AB и CD .

Решение.

Пусть O и O_1 — центры первой и второй окружностей соответственно (см. рисунок). Линия центров касающихся окружностей проходит через их точку касания, поэтому расстояние между центрами окружностей равно сумме их радиусов, то есть 121.



Опустим перпендикуляр OP из центра меньшей окружности на радиус O_1C второй окружности. Тогда $O_1P = O_1C - PC = O_1C - OA = 77 - 44 = 33$.

Из прямоугольного треугольника $OP O_1$ находим, что $OP^2 = 13552$, а так как четырёхугольник $AOPC$ — прямоугольник, $AC = OP$.

Опустим перпендикуляр AQ из точки A на прямую CD , тогда

$$\angle O_1OP = 90^\circ - \angle OO_1P = \angle O_1CD = 90^\circ - \angle ACQ = \angle CAQ.$$

Прямоугольные треугольники AQC и $OP O_1$ подобны по острому углу,

поэтому $\frac{AQ}{AC} = \frac{OP}{OO_1}$. Следовательно, $AQ = \frac{OP \cdot AC}{OO_1} = \frac{OP^2}{OO_1} = 112$.

Ответ: 112.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>